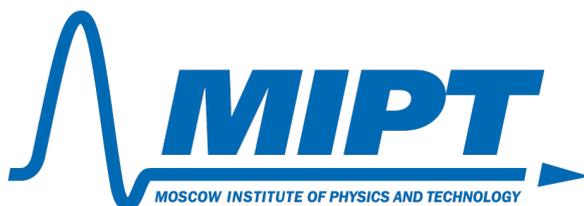


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФАКУЛЬТЕТ ОБЩЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ



Отчёт о выполнении лабораторной работы № 1.3.3  
**ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО ТЕЧЕНИЮ В  
ТОНКИХ ТРУБКАХ**

Полякова Полина Николаевна  
Группа Б02-202

Долгопрудный, 2023 г.

# Содержание

1. Введение
2. Методика измерений
3. Результаты и их обсуждение
4. Выводы
5. Список литературы
6. Приложение А
7. Приложение Б
8. Приложение В
9. Приложение Г
10. Приложение Д

## Аннотация

Экспериментально исследованы свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса, выявлена область применимости закона Пуазейля и с его помощью найден коэффициент вязкости воздуха.

В ходе работы получено значение  $\eta = (1,76 \pm 0,17) \cdot 10^{-5}$  Па · с, что согласуется со значениями в справочнике [2].

# 1 Введение

На практике вязкость газов учитывается при проектировании разработок газовых месторождений, где ведется расчет изменений коэффициента в зависимости от изменений газового состава (особенно актуально для газоконденсатных месторождений), температуры и давления.

Найти вязкость газа позволяет метод основанный на исследовании зависимости расхода от перепада давления в трубе и использовании закона Пуазейля в качестве основной расчетной формулы.

## 2 Методика измерений

В работе нахождение коэффициента вязкости воздуха осуществлялось по формуле Пуазейля, представленной в источнике [1]:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}, \quad (1)$$

где  $Q$  - объёмный расход,  $\Delta P$  - перепад внешнего давления на концах трубы,  $\eta$  - коэффициент вязкости,  $l$  - длина трубки,  $R$  - радиус трубки.

Найденное значение использовалось в дальнейшем для нахождения числа Рейнольдса по формуле из источника [1]:

$$Re = \frac{\rho u R}{\eta}, \quad (2)$$

где  $\rho$  - плотность газа После подстановки выражения для расхода формула принимает вид

$$Re = \frac{\rho Q}{\pi R \eta}, \quad (3)$$

где  $\rho$  - плотность среды,  $u$  - характерная скорость потока,  $\eta$  - коэффициент вязкости среды,  $r$  - радиус трубки.

Также в работе проверялась истинность некоторых приближенных формул: формула для определения длины установления ламинарного течения [1]:

$$l_{уст} \approx 0,2R \cdot Re, \quad (4)$$

Формула, определяющая характер течения воздуха при турбулентном режиме ..()

$$Q = const \cdot R^{5/2} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}}. \quad (5)$$

Для проведения измерений использовалась установка, изображенная на рисунке 1. В данном приборе поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагревается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушками на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все

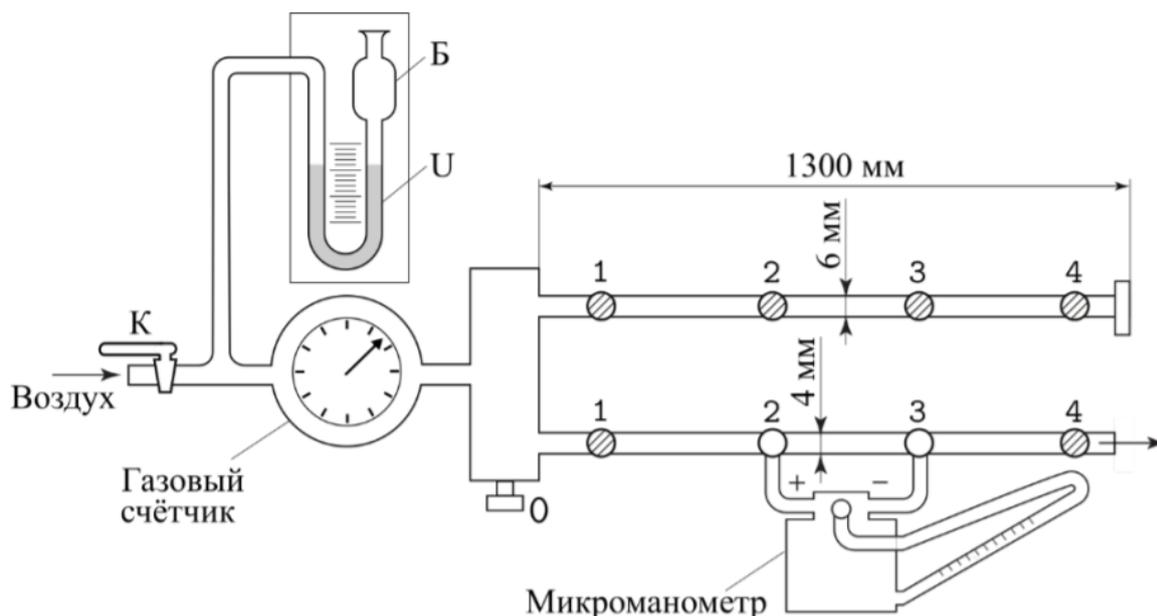


Рис. 1: Схема установки

остальные отверстия плотно закрыты пробками.

Перед входом в газовый счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя.

### 3 Результаты и их обсуждение

Внешние условия проведения эксперимента и погрешности приборов зафиксированы в приложении А. В ходе работы они использовались при расчетах и сопоставлениях экспериментальных результатов с теоретическими данными.

Экспериментальная работа состояла из трех основных пунктов: исследование зависимости объемного расхода от перепада давлений, давления газа вдоль трубки от координаты и расхода от радиуса трубки при заданном градиенте давления.

#### Пункт 1

Сначала была снята зависимость объемного расхода от перепада давлений для трех трубок различных сечений. Результаты измерений представлены в виде таблицы в приложении Б.

На основе полученных данных были построены графики исследуемой зависимости для всех трех значений диаметра (рисунки 2, 3, 4). По графикам были определены:

1) значения коэффициента вязкости воздуха при помощи формулы (1) и найденных коэффициентов наклона графиков

$$k_1 = (6,88 \pm 0,3) \cdot 10^{-7} \frac{\text{мл}}{\text{Па} \cdot \text{с}} \quad k_2 = (20,53 \pm 0,18) \cdot 10^{-7} \frac{\text{мл}}{\text{Па} \cdot \text{с}} \quad k_3 = (16,41 \pm 3) \cdot 10^{-7} \frac{\text{мл}}{\text{Па} \cdot \text{с}}$$

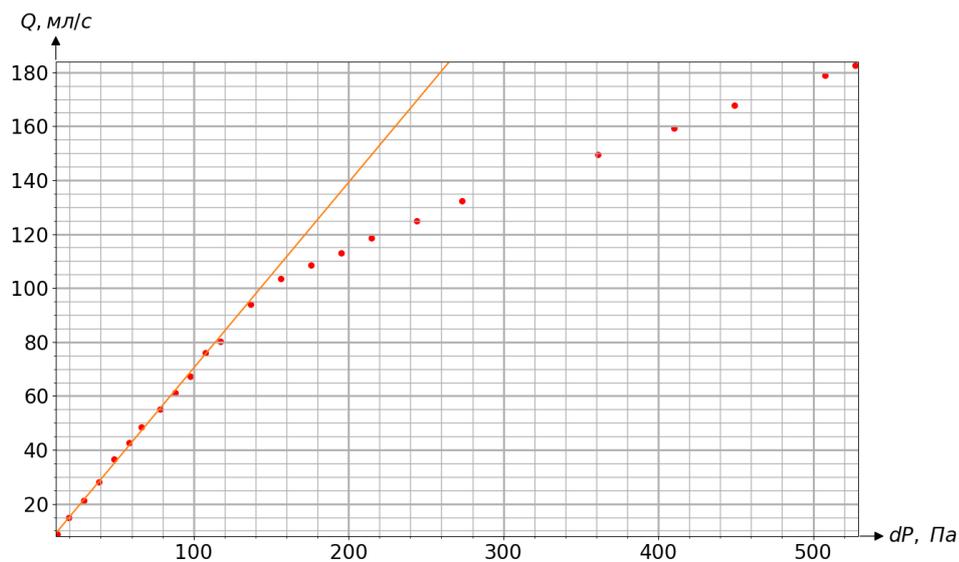


Рис. 2: Зависимость объемного расхода от перепада давлений для трубки с диаметром  $d = 3,9$  мм

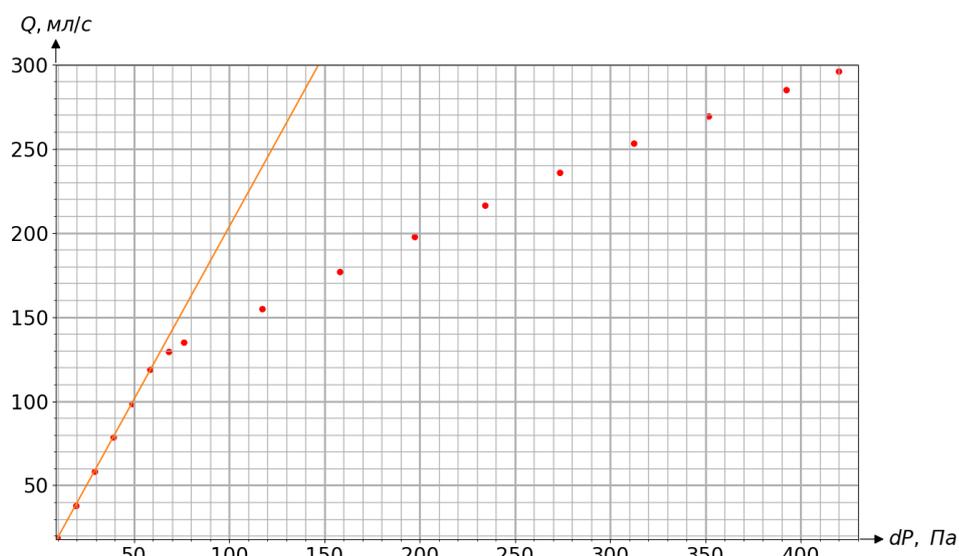


Рис. 3: Зависимость объемного расхода от перепада давлений для трубки с диаметром  $d = 5,25$  мм

$$\eta_1 = (1,65 \pm 0,22) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad \eta_1 = (1,87 \pm 0,15) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad \eta_1 = (0,61 \pm 0,58) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Как видно, значение в третьем эксперименте сильно отличается от значений в первых двух, видимо во время снятия зависимости была допущена неточность, которая привела к значительной ошибке. Поэтому для расчета коэффициента вязкости воздуха использовалась среднее первых двух измерений. В итоге было получено:

$$\eta = (1,76 \pm 0,17) \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

Заметим, что данное значение с точностью 2,7 % совпадает с теоритическими данными  $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ , представленными в источнике [2]

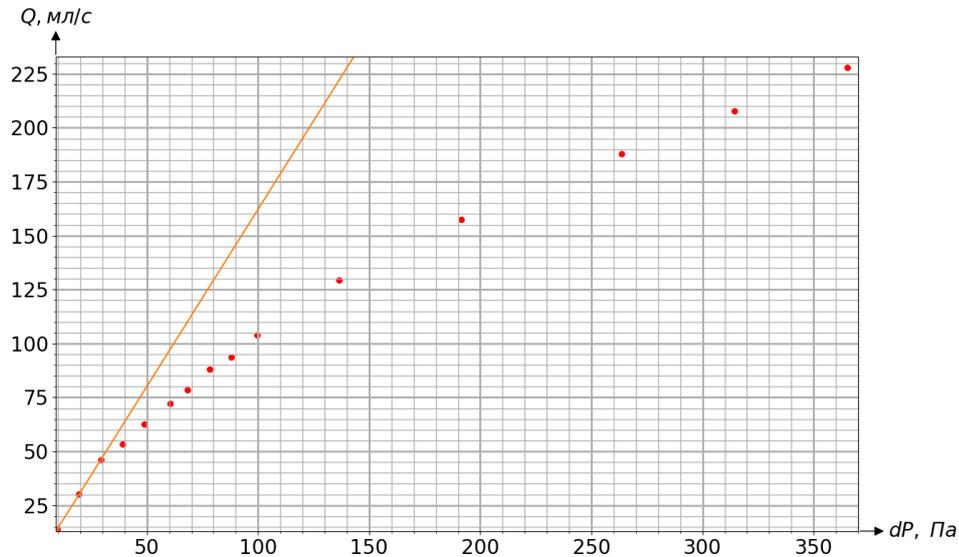


Рис. 4: Зависимость объемного расхода от перепада давлений для трубки с диаметром  $d = 3,0$  мм

2) Также были определены границы перехода от ламинарного течения к турбулентному для разныхъ трубок, а именно критические значения объемного расхода:

$$Q_1 \approx (95 \pm 5) \text{ мл/с} \quad Q_2 \approx (125 \pm 10) \text{ мл/с} \quad Q_3 \approx (48 \pm 5) \text{ мл/с}$$

Данные значения позволили вычислить критическое число Рейнольдса для различных диаметров, при помощи формулы (2) :

$$Re_1 = 1200 \pm 59 \quad Re_2 = 1033 \pm 87 \quad Re_3 = 2147 \pm 76$$

Расчет погрешностей угла наклона графика производился при помощи МНК, а погрешности нахождения коэффициента вязкости и критических чисел Рейнольдса были определены как погрешности косвенных измерений. Расчетные формулы приведены в приложении Д.

## Пункт 2

Во втором пункте была снята зависимость давления газа вдоль трубки от координаты, причем за начальную координату был принят вывод "0". При этом через трубку пускался поток близкий к критическому, но все еще сохраняющий ламинарность.

График данных зависимостей приведен на рисунке 5

По данному графику была найдены приблизительные границы, в которых лежит длина установление потока:

$$80 \text{ см} > l_{\text{уст1}} > 40 \text{ см} \quad 90 \text{ см} > l_{\text{уст1}} > 60 \text{ см} \quad 70 \text{ см} > l_{\text{уст1}} > 40 \text{ см}$$

При этом теоритическая оценка длины установления по формуле (4) дает значение

$$l_{\text{уст1}} = (46,8 \pm 4,2) \text{ см} \quad l_{\text{уст1}} = (54,7 \pm 3,6) \text{ см} \quad l_{\text{уст1}} = (64,4 \pm 10,2) \text{ см}$$

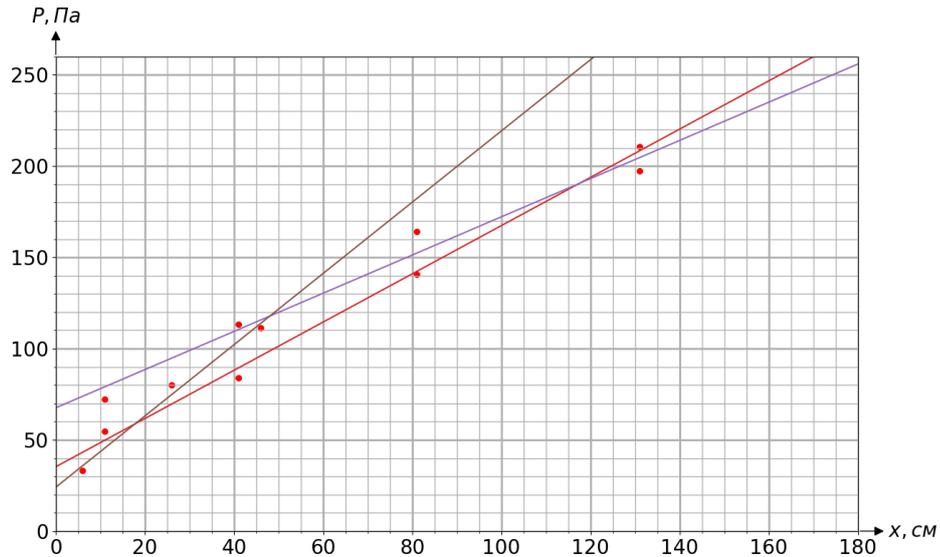


Рис. 5: Зависимость объемного расхода от перепада давлений

При сравнии результатов мы видим, что результаты, полученные теоритически примерно удовлетворяют границам, определенным с помощью графика. Таким образом была подтверждена истинность формулы (4).

### Пункт 3

В данном пункте была измерена зависимость расхода от радиуса трубки при заданном градиенте давления (приложение Г). При этом градиент давления был подобран так, чтобы на каждой трубке устанавливалось ламинарное течение.

$$\frac{\Delta P_1}{l_1} = \frac{19,52 \text{Па}}{0,4 \text{м}} = 48,8 (\text{Па/м}) \quad \frac{\Delta P_2}{l_2} = \frac{234,25 \text{Па}}{0,4 \text{м}} = 585,6 (\text{Па/м})$$

Визуализация данной зависимости в двойном логарифмическом масштабе  $\ln Q(\ln R)$  позволила по наклону полученных прямых определить степени радиуса в зависимостях  $Q(R)$  при ламинарном течении. Полученный график:

При помощи МНК находим:

$$k_1 = 4.3 \pm 0,007 \quad k_2 = 3.5 \pm 0,7$$

Как видим коэффициенты, полученный для ламинарного течения с относительно неплохой точностью (7,5% и 12,5%) сходятся с теорией, выражаемой формулой (1)

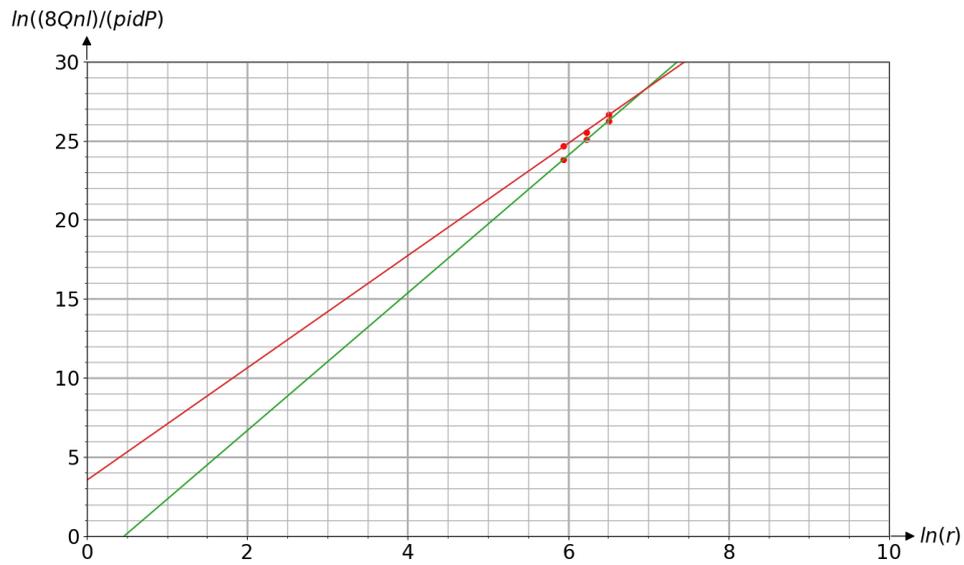


Рис. 6: Зависимости логорифма от дроби  $(\ln((8Q\eta l)/\pi\Delta P))$  от логарифма радиуса трубки при постоянном градиенте

## 4 Выводы

В ходе работы был получен коэффициент вязкости, с точностью в 2,7 % удовлетворяющий табличному значению. Также в ходе работы были получены критические значения чисел Рейнольдса для трубок с разными диаметрами. В пунктах работы 2 и 3 была подтверждена справедливость формул (4) и (1), т.к. значения, полученные экспериментально приблизительно соответствовали данным, полученным из теории.

## Список литературы

- [1] Д. Гладун А., А. Александров Д., Игошин Ф. Ф. и др. Лабораторный практикум по общей физике: Т. 1. Термодинамика и молекулярная физика. М.: МФТИ, 2012. 292 с.
- [2] Голубев И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей (Справочное руководство). М.: ГИФМЛ, 1959, 375 с.

## 6 Приложение А

В таблице приведены внешние условия проведения эксперимента

Т, К	$\phi$ , %	К	п, отн. ед
295,4	64	0,2	0,9953

Здесь  $\phi$  - влажность окружающего воздуха; п - поправочный мно- житель, учитыва- ющий отличие плотности залитого спирта от  $0,8095 \text{ г/см}^3$  ; К - угловой коэффициент манометра

Абсолютные погрешности измеряемых величин:

$$d = (5,25 \pm 0,05) \text{ мм}$$

$$d = (3,00 \pm 0,1) \text{ мм}$$

$$d = (3,90 \pm 0,05) \text{ мм}$$

$$\Delta l = \pm 0,5 \text{ см}$$

## 7 Приложение Б

Данные измерений, используемых в пункте 1:

$$d = 3,9 \text{ мм}$$

V, мл	t, с	Q, мл/с	dh, мм	dP, Па
78	9	8,7	6	11,7
133	9	14,8	10	19,5
192	9	21,3	15	29,3
254	9	28,2	20	39,0
328	9	36,4	25	48,8
383	9	42,6	30	58,6
436	9	48,4	34	66,4
496	9	55,1	40	78,1
550	9	61,1	45	87,8
605	9	67,2	50	97,6
684	9	76,0	55	107,4
723	9	80,3	60	117,1
845	9	93,9	70	136,6
932	9	103,6	80	156,2
976	9	108,4	90	175,7
1016	9	112,9	100	195,2
1068	9	118,7	110	214,7
1125	9	125,0	125	244,0
1192	9	132,4	140	273,3
1345	9	149,4	185	361,1
1433	9	159,2	210	409,9
1511	9	167,9	230	449,0

V, мл	t, с	Q, мл/с	dh, мм	dP, Па
1609	9	178,8	260	507,6
1644	9	182,7	270	527,1

$d = 5,25 \text{ мм}$

V, мл	t, с	Q, мл/с	dh, мм	dP, Па
343	9	38,1	10	19,5
707	9	78,6	20	39,0
1068	9	118,7	30	58,6
1216	9	135,1	39	76,1
1393	9	154,8	60	117,1
1594	9	177,1	81	158,1
1781	9	197,9	101	197,2
1946	9	216,2	120	234,3
2122	9	235,8	140	273,3
2280	9	253,3	160	312,3
2424	9	269,3	180	351,4
2566	9	285,1	201	392,4
2663	9	295,9	215	419,7
170	9	18,9	5	9,8
524	9	58,2	15	29,3
888	9	98,7	25	48,8
1165	9	129,4	35	68,3

$d = 3,0 \text{ мм}$

V, мл	t, с	Q, мл/с	dh, мм	dP, Па
127	9	14,1	5	9,8
272	9	30,2	10	19,5
415	9	46,1	15	29,3
481	9	53,4	20	39,0
563	9	62,6	25	48,8
649	9	72,1	31	60,5
705	9	78,3	35	68,3
792	9	88,0	40	78,1
844	9	93,8	45	87,8
935	9	103,9	51	99,6
1164	9	129,3	70	136,6
1418	9	157,6	98	191,3
1690	9	187,8	135	263,5
1870	9	207,8	161	314,3
2051	9	227,9	187	365,0

## 8 Приложение В

Данные измерений, используемых в пункте 2:

$d = 3,9 \text{ мм}$

x, см	h, мм	P, Па
131	108	210,8
81	72	140,6
41	43	83,9
11	28	54,7

$$d = 5,25 \text{ мм}$$

x, см	h, мм	P, Па
101	131	255,7
84	81	158,1
58	41	80,0
37	11	21,5

$$d = 3,00 \text{ мм}$$

x, см	h, мм	P, Па
37	46	89,8
41	26	50,8
17	6	11,7
13	76	148,4

## 9 Приложение Г

Данные измерений, используемых в пункте 3:

$$\frac{\Delta P_1}{l_1} = 48,8(\text{Па/м})$$

Q, мл/с	R, мм	$\ln\left(\frac{8Q\eta l}{\pi\Delta P}\right)$	$\ln(R)$
12,67	1,5	-26,24	-6,50
15,11	1,975	-25,07	-6,23
46,67	2,625	-23,81	-5,94

$$\frac{\Delta P_2}{l_2} = 585,6(\text{Па/м})$$

Q, мл/с	R, мм	$\ln\left(\frac{8Q\eta l}{\pi\Delta P}\right)$	$\ln(R)$
99,67	1,5	-26,67	-6,50
114,00	1,975	-25,53	-6,23
235,33	2,625	-24,68	-5,94

## 10 Приложение Д

Расчет погрешностей:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial R}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial k}\Delta k\right)^2}$$

$$\Delta\eta = \sqrt{3} \cdot \frac{\pi R^3}{8lk} \sqrt{(4\Delta R)^2 + \left(\frac{R}{l}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{R}{k}\Delta k\right)^2}$$

Т.к. относительная погрешность определения критического расхода значительно больше относительных погрешностей  $R$  и  $\eta$ , то можем вычислить погрешность определения числа Рейнольдса как погрешность функции, зависящей только от расхода:

$$\Delta Re = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial Q}\Delta Q\right)^2}$$

$$\Delta Re = \frac{\rho}{\pi R \eta} \Delta Q$$

Расчет абсолютной погрешности теоритического определения длины сктановления выполняется по формуле:

$$\Delta l_{\text{уст}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial R}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial Re}\Delta Re\right)^2}$$

$$\Delta l_{\text{уст}} = \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{(Re \cdot \Delta R)^2 + (R \cdot \Delta Re)^2}$$