

Работа 3.6.1

# Спектральный анализ электрических сигналов

Пунов Дмитрий Викторович

Группа Б03-105

27 сентября 2022

Г. Долгопрудный

## **Аннотация**

В данной работе исследованы спектры различных электрических сигналов, таких как прямоугольный сигнал, последовательность синусоидальных цугов и амплитудно-модулированный сигнал. Проверены теоретические соотношения: соотношение неопределённостей и соотношение для амплитуд основной и боковой амплитуд спектральных линий.

# Список обозначений и сокращений

$\tau$  – длительность импульса

$\nu_{\text{повт}}$  – частота повторения

$T$  – период

$\delta\nu$  – расстояние между соседними спектральными линиями

$\nu_{\text{мод}}$  – частота модуляции

$A_{\text{min}}$  – минимальная амплитуда сигнала

$A_{\text{max}}$  – максимальная амплитуда сигнала

$\nu_0$  – несущая частота

$N$  – число периодов в одном импульсе

$\Delta\nu$  – ширина спектра

$k$  – коэффициент наклона прямой

$m$  – глубина модуляции

$a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$  – отношение амплитуд боковой и основной полос спектра

$k_{\text{прям}}$  – коэффициент наклона наилучшей прямой для графика зависимости  $\Delta\nu$  от  $\tau$

$k_{\text{цуги}}$  – коэффициент наклона наилучшей прямой для графика зависимости  $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$  от  $m$

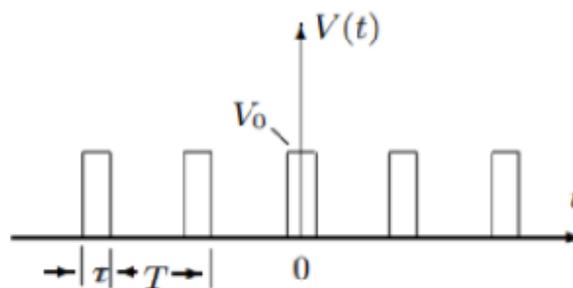
$k_{\text{амп}}$  – коэффициент наклона наилучшей прямой для графика зависимости  $\delta\nu$  от  $T$

# Введение

Преобразование Фурье – операция, сопоставляющая одной функции вещественной переменной другую функцию вещественной переменной. Эта новая функция описывает коэффициенты («амплитуды») при разложении исходной функции на элементарные составляющие — гармонические колебания с разными частотами. Преобразование Фурье используется во многих областях науки — в физике, теории чисел, комбинаторике, обработке сигналов, теории вероятностей и статистике. Поэтому критически важной является проверка справедливости таких теоретических соотношений, как соотношение неопределённостей или соотношение для амплитуд гармоник.

## Методика измерений

### Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

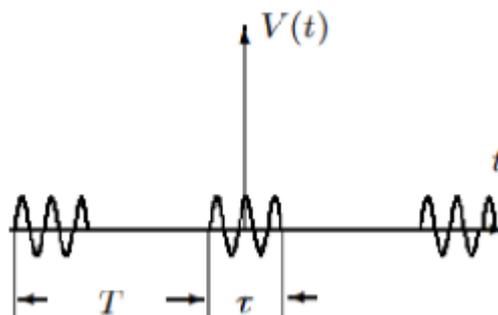


$$\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

Коэффициенты при косинусных составляющих равны:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} V_0 \cos(n\Omega_1 t) dt \sim \frac{\sin x}{x}$$

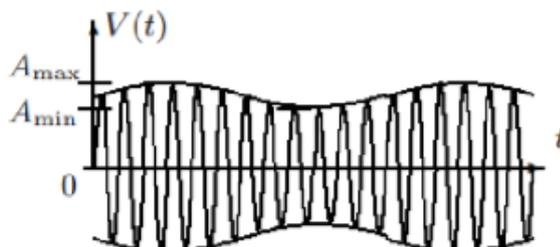
### Периодическая последовательность цугов



Коэффициенты при косинусных составляющих равны:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} V_0 \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(n\Omega_1 t) dt$$

## Амплитудно-модулированные колебания



$$f(t) = A_0 [1 + m \cos \Omega t] \cos(\omega_0 t)$$

Глубина модуляции может быть представлена в виде:

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}$$

Для модулированного по амплитуде сигнала теоретическое соотношение:  $m=0,5$

## Соотношение неопределённостей

Соотношение вида:

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \sim 2\pi$$

## Описание установки

Установка представляет собой генератор сигналов специальной формы АКИП-3409/4 подключённый к цифровому осциллографу SIGLENT АКИП 4131/1 со встроенной функцией быстрого преобразования Фурье.

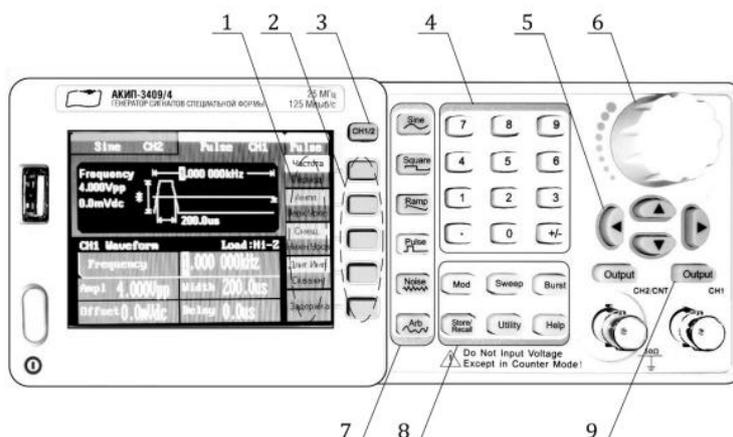


Рисунок 1. Генератор сигналов специальной формы АКПП-3409/4

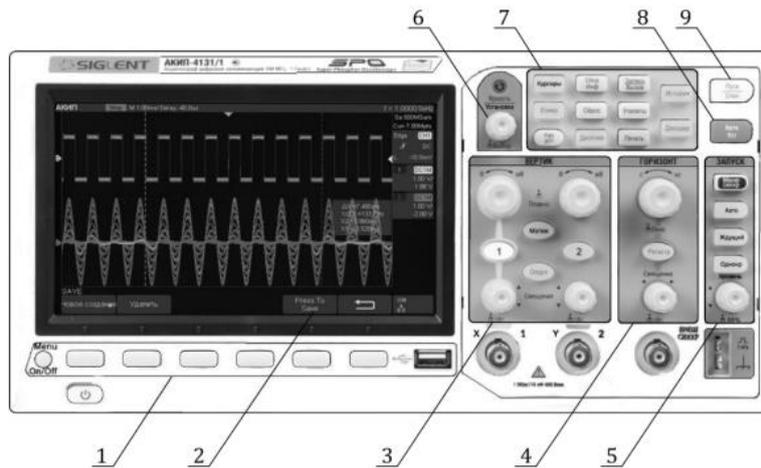


Рисунок 2. Цифровой осциллограф SIGLENT АКПП-4131/1 со встроенной функцией быстрого преобразования Фурье

## Результаты измерений и обработка данных

### А) Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

Генератор настроили на прямоугольные импульсы с  $\nu_{\text{повт}} = 1\text{кГц}$  ( $T = 1\text{мс}$ ) и  $\tau = 50\text{мкс}$ . Измерили зависимость  $\Delta\nu$  от  $\tau$  в диапазоне от 20 до 200 мкс при фиксированной  $\nu_{\text{повт}}$ . Ниже представлен график зависимости  $\Delta\nu(1/\tau)$  (Рис 3.)

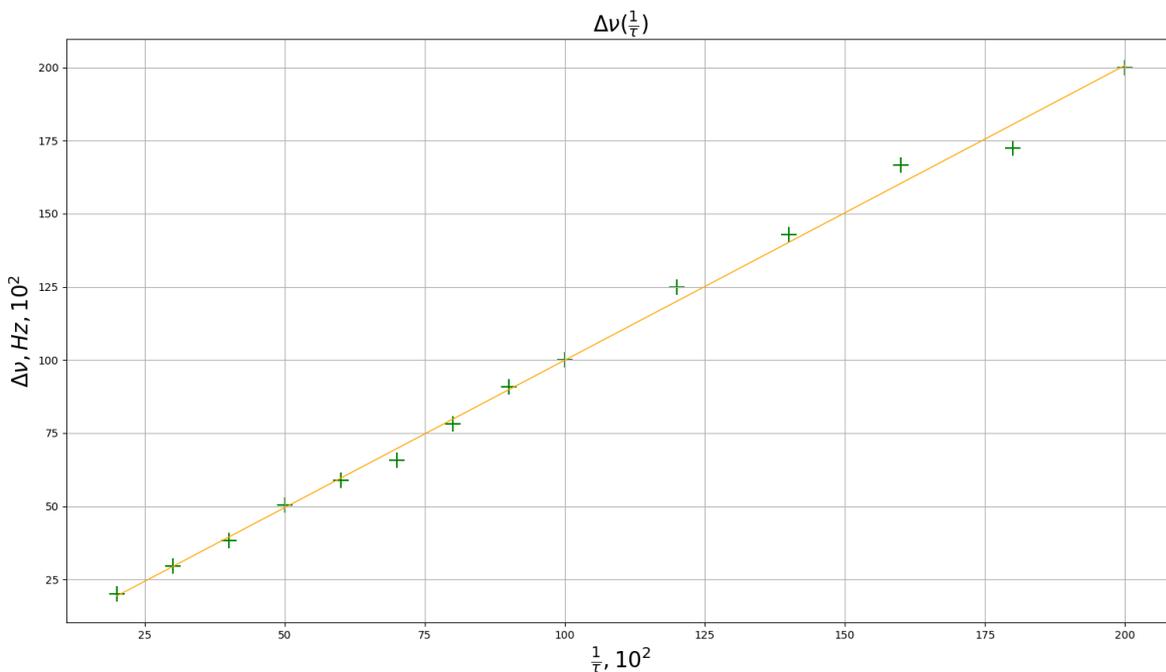


Рисунок 3. Зависимость ширины спектра  $\Delta\nu$  от времени импульса  $\tau$  для последовательности прямоугольных импульсов при фиксированной частоте повторения  $\nu_{\text{повт}} = 1\text{кГц}$ .

По графику определили коэффициент наклона наилучшей прямой:

$$k_{\text{прям}} = 1,00 \pm 0,06$$

## Б) Исследование спектра периодической последовательности цугов

Генератор настроили на режим подачи периодических импульсов синусоидальной формы с  $\nu_0 = 50$  кГц  $\nu_{\text{повт}} = 1$  кГц ( $T = 1$  мс),  $\tau = 100$  мкс и  $N = 5$ .

Измерили зависимость  $\delta\nu$  от  $T$  в диапазоне от 0,2 до 5 мс при фиксированных  $\nu_0$  и  $N$ . Ниже представлен график зависимости  $\delta\nu(1/T)$  (Рис 4.)

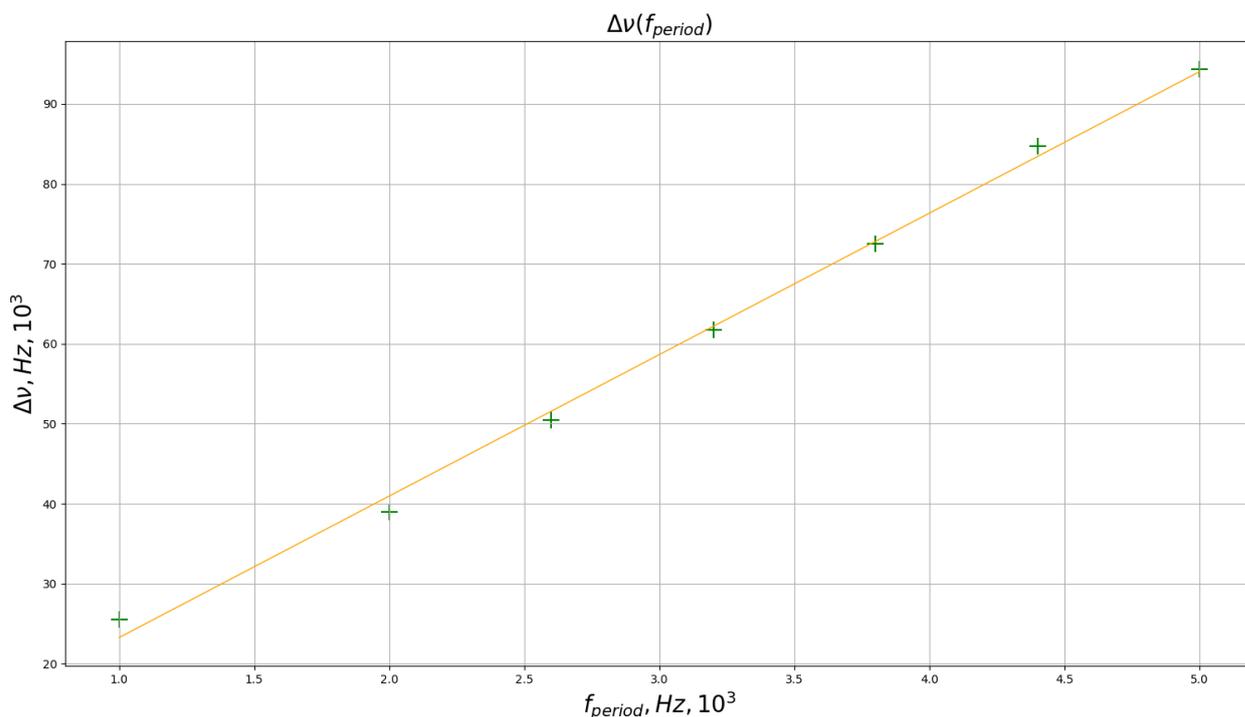


Рисунок 4. Зависимость расстояния между соседними спектральными линиями  $\delta\nu$  от периода повторения импульсов  $T$  для периодической последовательности цугов при фиксированной частоте несущей  $\nu_0 = 50$  кГц и числа периодов в одном импульсе  $N = 5$ .

По графику определили коэффициент наклона наилучшей прямой:

$$k_{\text{цуги}} = 0,96 \pm 0,05$$

## В) Исследование спектра амплитудно-модулированного сигнала

Генератор настроили на режим модулированного по амплитуде синусоидального сигнала с  $\nu_0 = 50$  кГц,  $\nu_{\text{мод}} = 2$  кГц.

Измерили зависимость  $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}$  от  $m$  в диапазоне от 10 до 100 % при фиксированных  $\nu_0$  и  $\nu_{\text{мод}}$ . Ниже представлен график зависимости  $m(a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}})$  (Рис 5.)

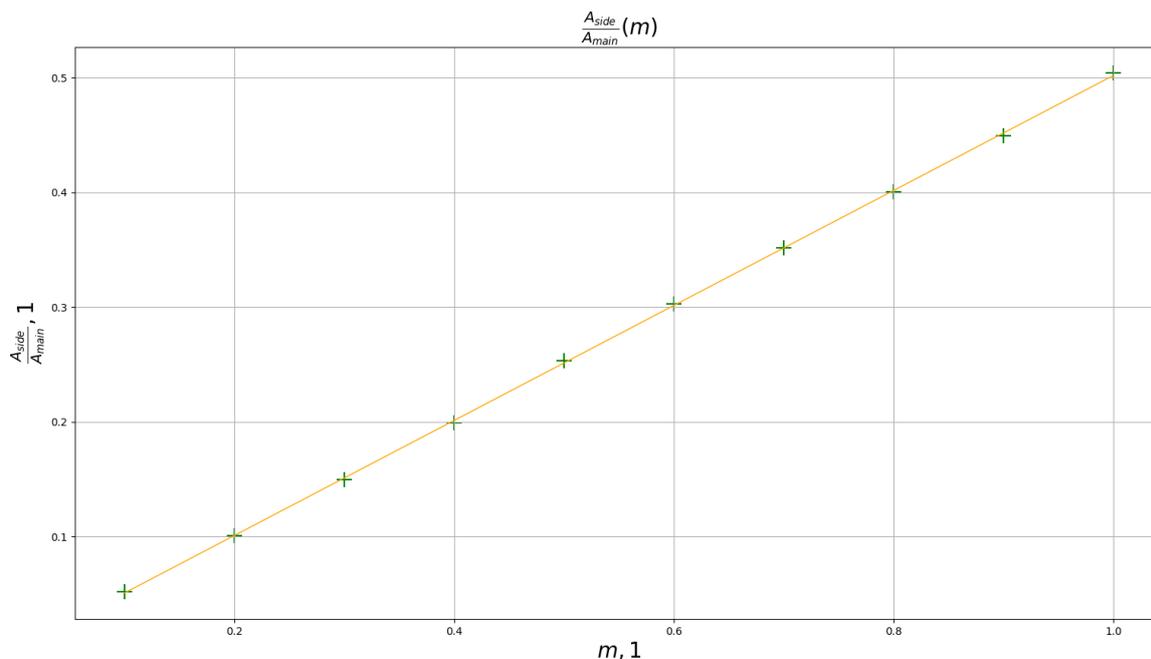


Рисунок 5. Зависимость отношения амплитуд боковой и основной спектральных линий  $a_{бок}/a_{осн}$  от глубины модуляции  $m$  при фиксированной частоте несущей  $\nu_0 = 50$  кГц и частоте модуляции  $\nu_{мод} = 2$  кГц.

По графику определили коэффициент наклона наилучшей прямой:

$$k_{амп} = 0.5 \pm 0,1$$

## Обсуждение результатов

- 1) По коэффициенту наклона прямой для графика 1 на рис.1 видно, что соотношение неопределённостей выполняется, так как значение  $k_{прям} = 1,00$
- 2) По коэффициенту наклона прямой для графика 2 на рис.2 видно, что соотношение неопределённостей выполняется ( $k_{цуги} = 0,96 \approx 1$ )
- 3) По коэффициенту наклона прямой для графика 3 на рис.3 убедились в справедливости соотношения для амплитуд гармоник ( $k_{амп} = 0.5$ )

## Вывод

Все теоретические зависимости подтвердились. В ходе построения наилучшей прямой для графика 2 на рис.2 было выявлено, что для получения более точного результата необходимо проводить большее число измерений. Также для гарантированного подтверждения соотношения неопределённости необходимо провести измерения при различных частоте повторения для периодической последовательности прямоугольных сигналов и различной частоте несущей для периодической последовательности цугов. На графике 1 рис. 1 одна из точек не ложится на прямую, что могло быть связано с неточным установлением курсора в режиме курсорных измерений. Измерения для амплитудно-модулированного сигнала пришлось провести дважды, так как при длительной работе генератор может выдавать ошибки, что существенно сказалось на результате первого ряда измерений, поэтому при проведении дальнейших измерений стоит учитывать время работы с оборудованием.

# Список литературы

- 1) Никулин. М.Г., Попов П.В., Нозик А.А. Лабораторный практикум по общей физике : учеб. пособие в трёх томах. Т. 2. Электричество и магнетизм. - 2-е изд. – М.: МФТИ, 2019. - 370 с.
- 2) Сивухин Д.В. Электричество. - 4-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 656 с.