

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Лабораторная работа 3.6.1  
«Спектральный анализ электрических сигналов»

Студент группы Б02-109

Назарчук Анна

Долгопрудный, 2022

# 1. Аннотация

В работе исследованы спектры периодических сигналов: модулированный по амплитуде, прямоугольные импульсы и цуги. Проверены теоретические зависимости параметров спектра и соотношения неопределенности на практике .

# 2. Введение

Многие практические задачи описания поведения некоторой системы во времени зачастую сводятся к выяснению связи между сигналом, подаваемым на «вход» системы (обозначим его как  $f(t)$ ), и её реакцией на «выходе»  $g(t)$ ). Суть спектрального метода состоит в представлении произвольного воздействия в виде суперпозиции откликов на некоторые элементарные слагаемые. Данный метод используется для анализа многих сигналов, поэтому необходимо экспериментально ознакомиться с ним, сгенерировать и получить на осциллографе спектры различных периодических сигналов, проверить экспериментально параметры спектра и некоторые теоретические соотношения между ними.

# 3. Методика измерений

Основным соотношением для спектра является соотношение неопределенностей, верное для любого сигнала [1]:

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \sim 2\pi \tag{1}$$

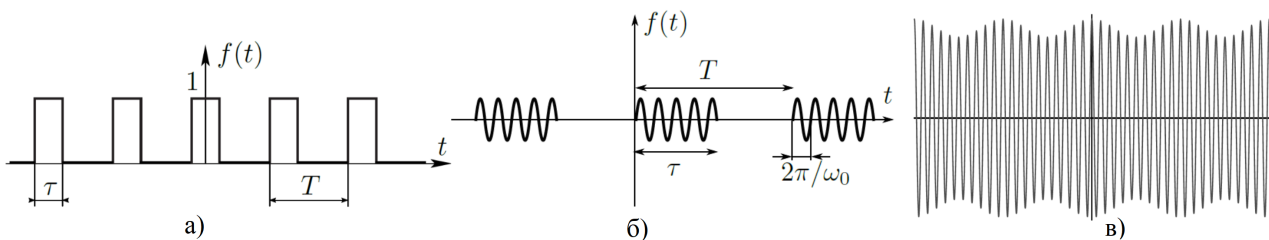


Рис. 1: Примеры сигналов а) периодической последовательности прямоугольных импульсов, б) периодической последовательности цуг, в) модулированного по амплитуде сигнала из [1]

Рассмотреть все сигналы невозможно, поэтому работа проводилась на трех относительно простых сигналах. Для каждого из них сгенерирован сигнал определенной формы, обработан с помощью цифрового осциллографа, проверены соотношения неопределенности с помощью курсорных измерений.

1. Первая часть работы заключалась в исследовании спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов (пример показан на рисунке 1). Теоретически рассчитано значение коэффициентов  $c_n$  [1], которое проверено экспериментально:

$$c_n = \frac{\sin(\pi n \tau / T)}{\pi n} \tag{2}$$

2. Вторая часть работы состояла в исследовании спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний (пример показан на рисунке 1). Теоретически

известен спектр сигнала [1]:

$$F(\omega) = \frac{\tau}{2T} \left[ \frac{\sin(\omega - \omega_0)\tau/2}{(\omega - \omega_0)\tau/2} + \frac{\sin(\omega + \omega_0)\tau/2}{(\omega + \omega_0)\tau/2} \right] \quad (3)$$

3. Последняя часть заключалась в исследовании спектра гармонических сигналов, модулированных по амплитуде (пример показан на рисунке 1). Теоретический вид сигнала [1]:

$$f(t) = a_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{ma_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{ma_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \quad (4)$$

где  $m$  - глубина модуляции. Модулированное колебание представляется в виде:

$$f(t) = f_0(t) + f_1(t) + f_2(t), \quad f_0(t) = a_0 \cos(\omega_0 t), \quad f_1(t) = \frac{ma_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t, \quad f_2(t) = \frac{ma_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \quad (5)$$

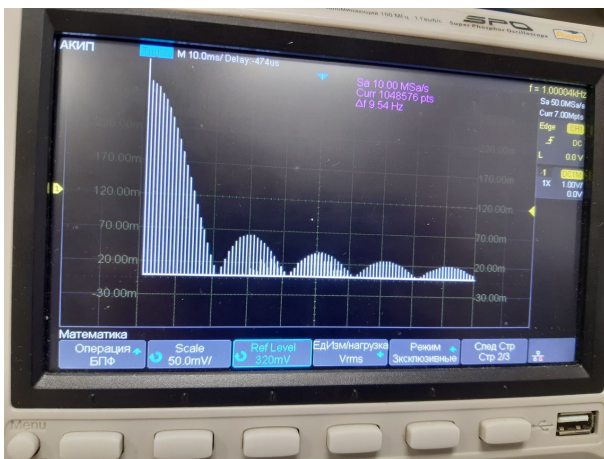
$f_0$  - основная гармоника,  $f_1, f_2$  - боковые гармоники. Для модулированного по амплитуде сигнала существует теоретическое соотношение между амплитудами гармоник, которое можно проверить экспериментально:

$$\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}} = \frac{1}{2} \quad (6)$$

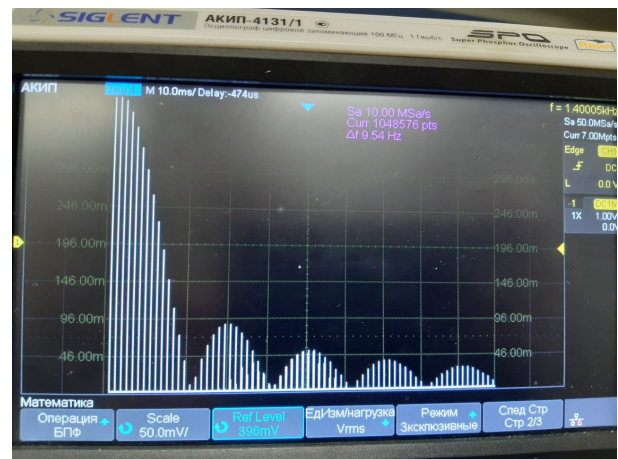
## 4. Результаты и их обсуждение

### Исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

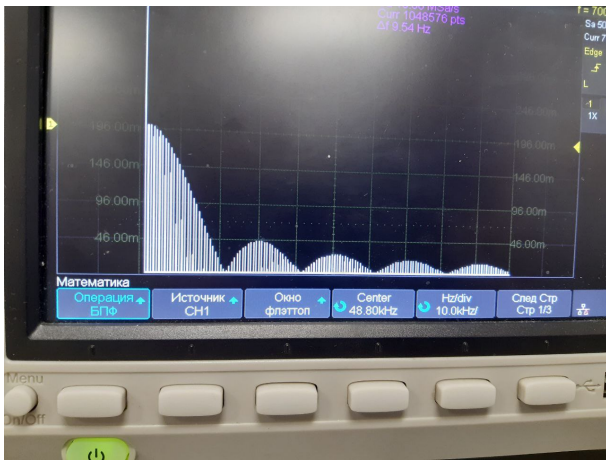
Для исследования периодической последовательности прямоугольных импульсов на генераторе создан сигнал с разными параметрами, по которому на экране осциллографа получен спектр (рис. 2)



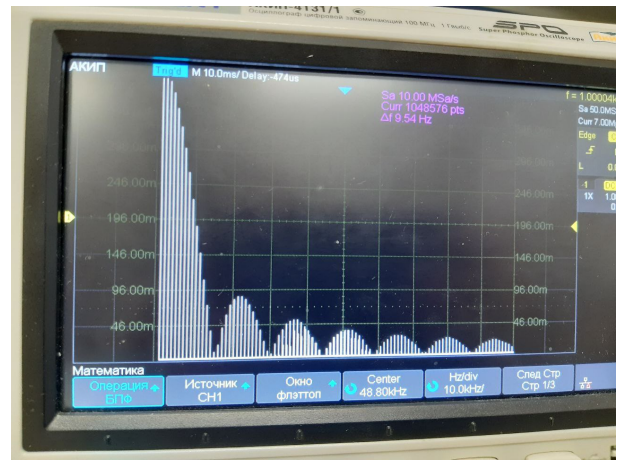
а)  $\nu_{\text{повт}} = 1000 \text{ Гц}, \tau = 50 \text{ мкс}$



б)  $\nu_{\text{повт}} = 1400 \text{ Гц}, \tau = 50 \text{ мкс}$



с)  $\nu_{\text{повт}} = 700 \text{ Гц}$ ,  $\tau = 50 \text{ мкс}$



д)  $\nu_{\text{повт}} = 1000 \text{ Гц}$ ,  $\tau = 70 \text{ мкс}$

Рис. 2: Спектры последовательностей прямоугольных импульсов при разных частотах повторения и длительности импульса

При  $\nu_{\text{повт}} = 700 \text{ Гц}$  проведены измерения ширины спектра. Результаты представлены на рисунке 3.

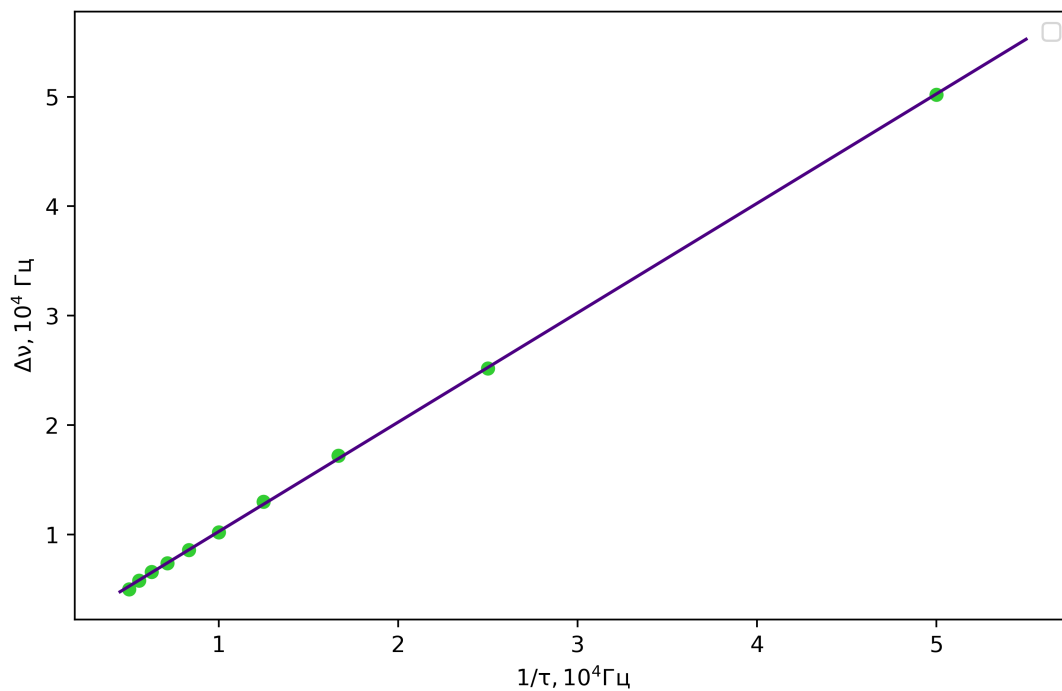


Рис. 3: Зависимость ширины спектра от длительности спектра для последовательности прямоугольных импульсов при частоте повторения  $\nu_{\text{повт}} = 700 \text{ Гц}$

Рассчитан коэффициент наклона прямой:

$$k = 0.9997 \pm 0.0039 \quad (7)$$

Полученное значение близко к 1, что подтверждает соотношение неопределенностей.

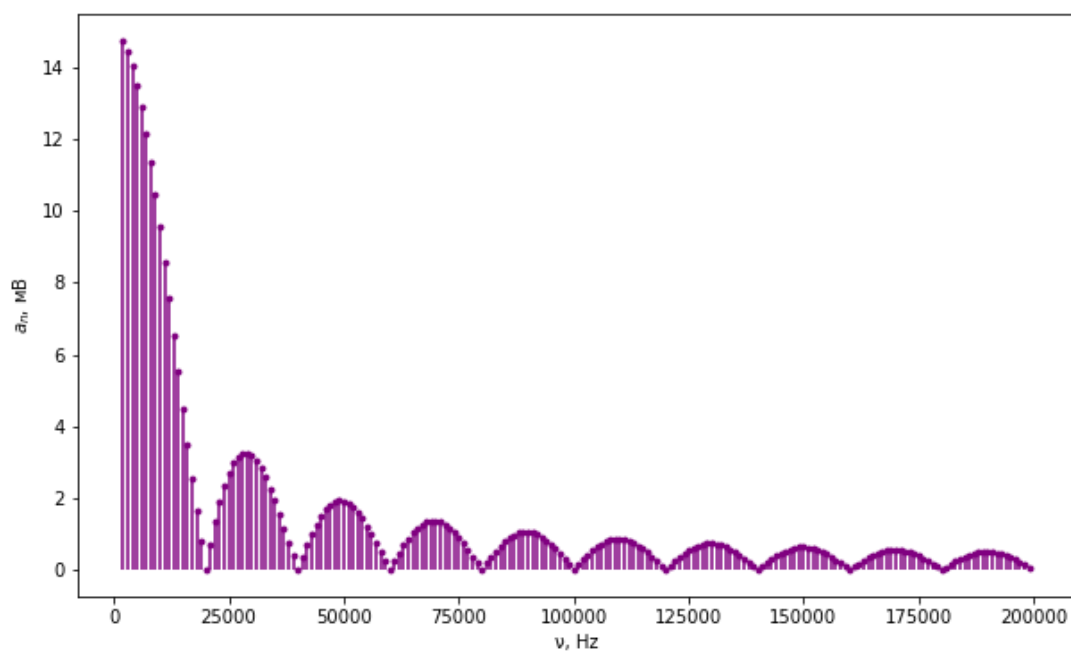
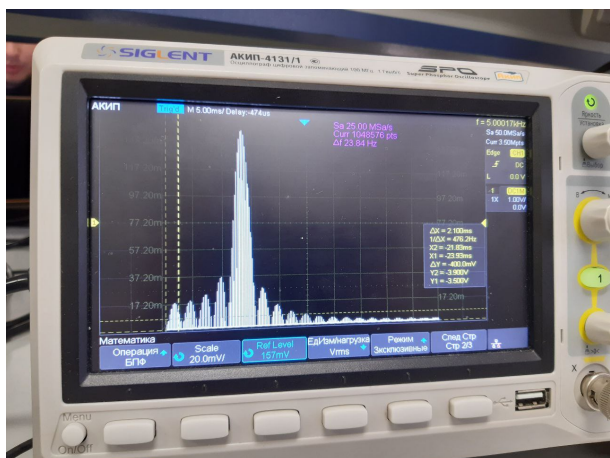


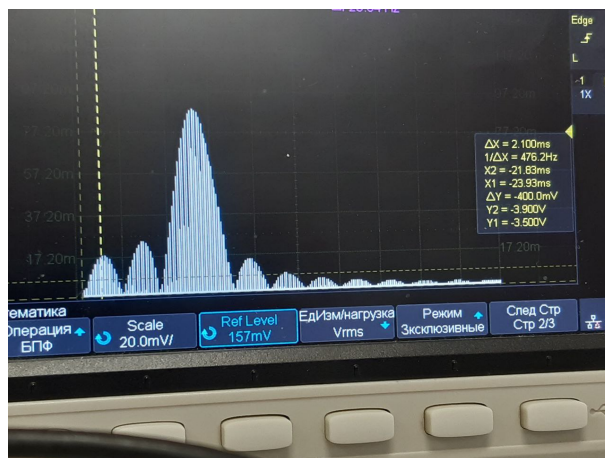
Рис. 4: Теоретический спектр прямоугольных импульсов при частоте повторения  $\nu_{\text{повт}} = 1000\text{Гц}$  и длительности импульса  $\tau = 50\text{мкс}$  из [1]

Для сравнения экспериментальных и теоретических значений спектра для одного из сигналов (а) с рис. 2) рассчитана теоретическую зависимость и изображена на графике 4. Теоретический и экспериментальный спектр похожи, что показывает справедливость теоретического расчета в данном случае.

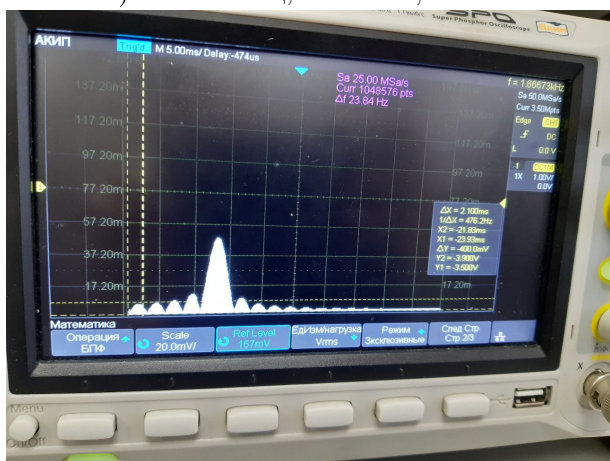
# Исследование спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний



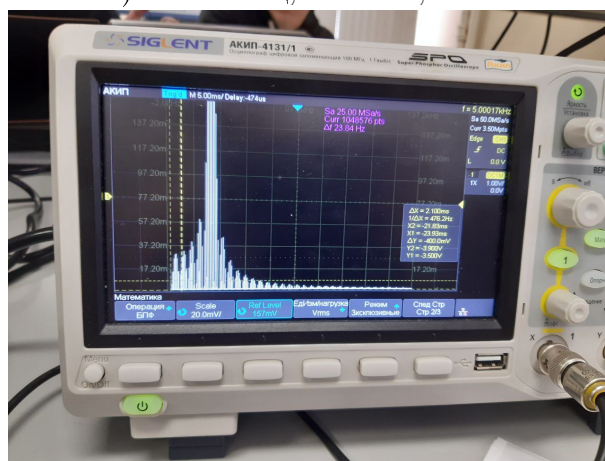
а)  $\nu = 50\text{кГц}$ ,  $T = 1\text{мс}$ ,  $N = 5$



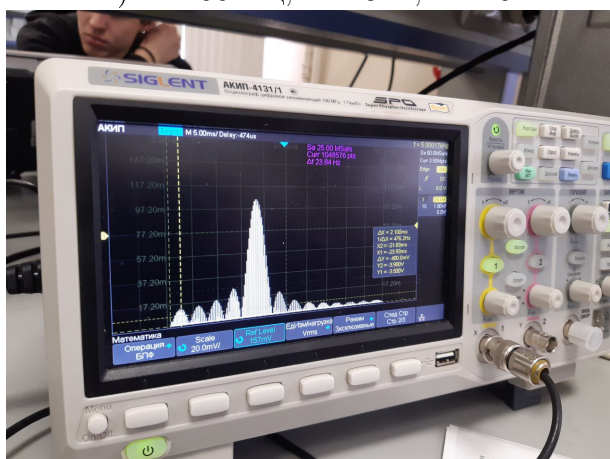
б)  $\nu = 50\text{кГц}$ ,  $T = 1\text{мс}$ ,  $N = 3$



в)  $\nu = 50\text{кГц}$ ,  $T = 3\text{мс}$ ,  $N = 5$



г)  $\nu = 30\text{кГц}$ ,  $T = 1\text{мс}$ ,  $N = 5$



е)  $\nu = 70\text{кГц}$ ,  $T = 1\text{мс}$ ,  $N = 5$

Рис. 5: Вид спектра для периодической последовательности цугов при разных частотах несущей  $\nu = 50$  кГц, периодах повторения  $T = 1$  мс, числах периодов в одном импульсе  $N = 5$

Для исследования спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний на генераторе создан сигнал последовательности синусоидальных цугов с разными параметрами, по которому на экране осциллографа получен спектр. (рис. 5)

Для проверки соотношения неопределенностей для данного сигнала при фиксированной длительности импульсов  $\tau = 50$  мкс измерены расстояния между соседними спектральными компонентами от периода повторения импульсов (рис. 6)

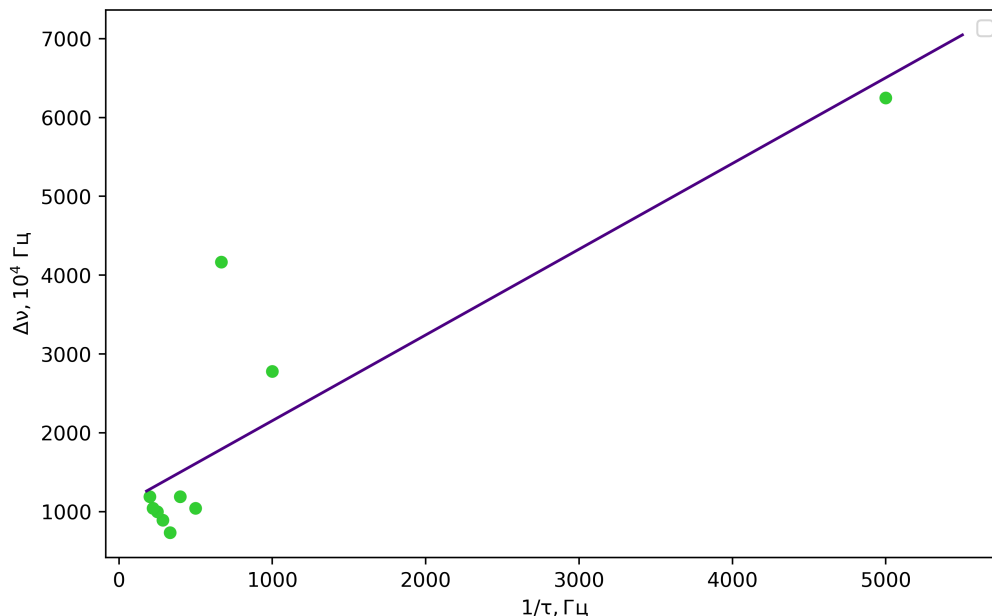


Рис. 6: Зависимость расстояния между соседними спектральными компонентами от периода повторения импульсов для периодической последовательности цугов при частоте несущей  $\nu = 50$  кГц и числе периодов в одном импульсе  $N = 5$

Теоретически известно ([1]), что точки должны хорошо ложиться на прямую, однако из графика видно, что это не так. Проблема заключается в снятии данных (был выбран неверный канал при курсорных измерениях). Поэтому подтвердить справедливость соотношения неопределенности по данным экспериментальным значениям невозможно.

## Исследование спектра гармонических сигналов, модулированных по амплитуде

Для исследования спектра гармонических сигналов, модулированных по амплитуде на генераторе создан сигнал, модулированный по амплитуде, по которому на экране осциллографа получается спектр (7). Измерена с помощью осциллографа глубина модуляции  $m$ :

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} = \frac{1.54 - 0.54}{1.54 + 0.54} = 0.5, \text{ что сходится с установленным на генераторе} \quad (8)$$

Для проверки теоретической зависимости, изменяя глубину модуляции, измерена  $\frac{a_{бок}}{a_{осн}}$  - отношение амплитуд боковой и центральной полос спектра (рис. 8).

Определен коэффициент наклона прямой:

$$k = 0.502 \pm 0.002 \quad (9)$$

Результат сходится с предсказанным теоретически (0.5).



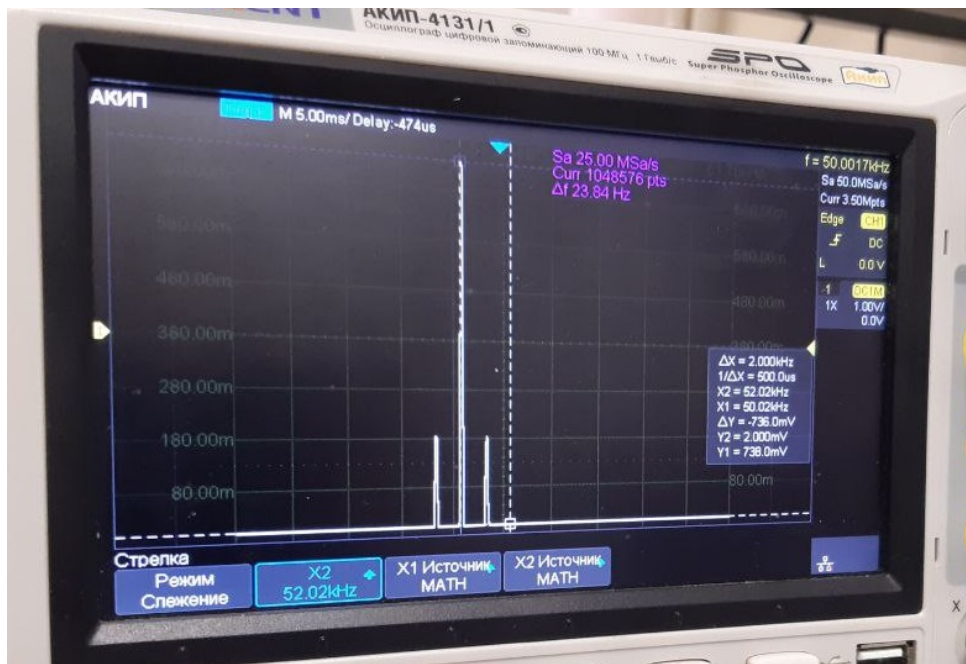


Рис. 7: Спектр сигнала, модулированного по амплитуде, при частоте несущей  $\nu_0 = 50$  кГц, частоте модуляции  $\nu_{\text{мод}} = 2$  кГц

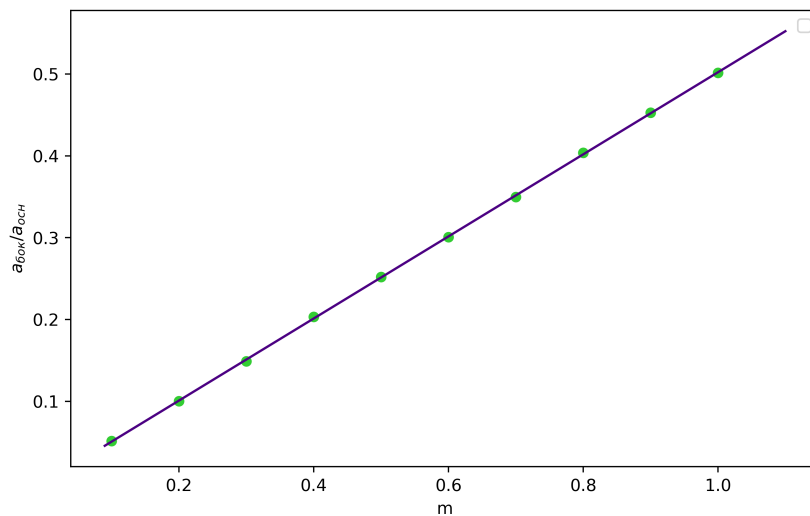


Рис. 8: Зависимость  $\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}}$  от  $m$  для сигнала, модулированного по амплитуде, при частоте несущей  $\nu_0 = 50$  кГц, частоте модуляции  $\nu_{\text{мод}} = 2$  кГц

## 5. Выводы

1. При исследовании последовательности прямоугольных импульсов получена зависимость ширины спектра от длительности импульса, что подтверждает соотношение неопределенностей для данного вида сигнала:  $\tau \cdot \Delta\nu \sim 1$ .

2. Проверены теоретические расчеты спектра при прямоугольных импульсах (теоретическая и экспериментальная картины схожи).



3. При обработке данных от спектра периодической последовательности цугов была обнаружена ошибка при снятии данных, что не позволило проверить соотношение неопределенностей.

4. Получен угол наклона графика зависимости  $\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}}$  от  $m$  ( $k=0.5$ ), подтверждено теоретическое значение этого угла ( $k=0.5$ ).

## Список используемой литературы

- [1] Никулин М.Г., Попов П.В., Нозик А.А. и др. Лабораторный практикум по общей физике : учеб. пособие. В трех томах. Т. 2. Электричество и магнетизм