Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОТЧЁТ
О ВЫПОЛНЕНИИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Спектральный анализ электрических сигналов

Работу выполнил,
студент ФЭФМ группы Б04-107 ____________ Луговцов Г.С.

Долгопрудный 2022

Реферат

В работе изучается спектральный состав периодических электрических сигналов различной формы: цугов, прямоугольных импульсов и модулированных по амплитуде сигналов. Спектры этих сигналов наблюдаются на цифровом анализаторе спектра и сравниваются с рассчитанными теоретическими значениями. В результате теоретические выкладки были подтверждены разложением в спектр различных синалов.

Содержание

Введение

В последнее время повсеместное распространение получила цифровая обработка сигналов. Спектральный состав оцифрованного сигнала может быть найден с помощью компьютера и численных методов. Этими способами мы и будем пользоваться в работе для изучения различного рода сигналов.

1 Методика

1.1 Разложение в спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов

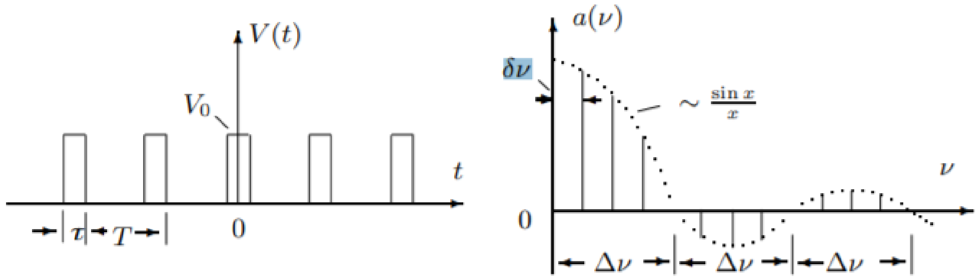

Рисунок 1.1 — Периодическая последовательность импульсов (слева) и разложение этой последовательности в спектр (справа), пунктиром обозначена огибающая функция.

Напомним, что частота собственных колебаний контура может быть вычислена по формуле $\Omega_1 = \dfrac{2\pi}{T}$, где T — период повторения импульсов.

Коэффициенты при косинусных составляющих будут равны

$$a_n = \frac{2}{T}\int\limits_{-\tau/2}^{\tau/2} V_0 \cos\left(n\Omega_1 t\right) dt = 2V_0 \frac{\tau}{T}\frac{\sin\left(n\Omega_1 \tau/2\right)}{n\Omega_1\tau/2} \sim \frac{\sin x}{x}. \qquad (1.1)$$

Здесь V_0 - амплитуда сигнала. Поскольку наша функция четная, то $b_n = 0$.

Пусть T кратно τ. Тогда введем параметр под назваением ширина спектра, равный $\Delta\omega$ — расстояние от главного максимума до первого нуля огибающей, возникающего, как нетрудно убедиться при $n = \dfrac{2\pi}{\tau\Omega_1}$. При этом

$$\Delta\omega\tau \simeq 2\pi \Rightarrow \Delta\nu\Delta t \simeq 1. \qquad (1.2)$$

1.2 Разложение в спектр периодической последовательности цугов

Возьмём цуги колебания $V_0\cos(\omega_0 t)$ с длительностью цуга τ и периодом повторений T. Функция $f(t)$ снова является четной относительно

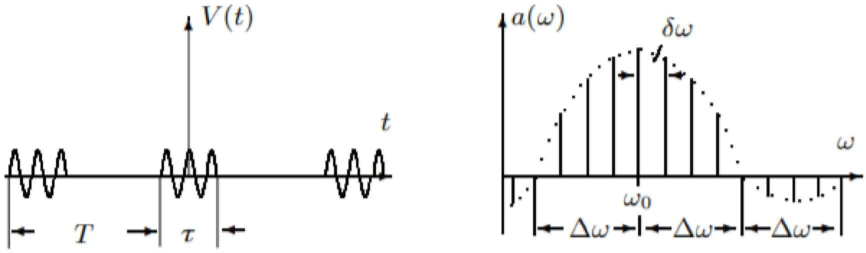

Рисунок 1.2 — Периодическая последовательность цугов (слева) и спектр этой последовательности (справа), пунктиром обозначена огибающая функция.

$t = 0$. Коэффициент при n-ой гармонике равен

$$
\begin{aligned}
a_n = \frac{2}{T} \int\limits_{-\tau/2}^{\tau/2} V_0 \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(n\Omega_1 t)\, dt = \\
V_0 \frac{\tau}{T} \left(\frac{\sin\left[(\omega_0 - n\Omega_1)\dfrac{\tau}{2}\right]}{(\omega_0 - n\Omega_1)\dfrac{\tau}{2}} + \frac{\sin\left[(\omega_0 + n\Omega_1)\dfrac{\tau}{2}\right]}{(\omega_0 + n\Omega_1)\dfrac{\tau}{2}} \right).
\end{aligned}
\tag{1.3}
$$

Пусть T кратно τ. Тогда спектры последовательности прямоугильных сигналов и цугов аналогичны, но максимумы сдвинуты на ω_0.

1.3 Разложение в спектр амплитудно-модулированных колебаний

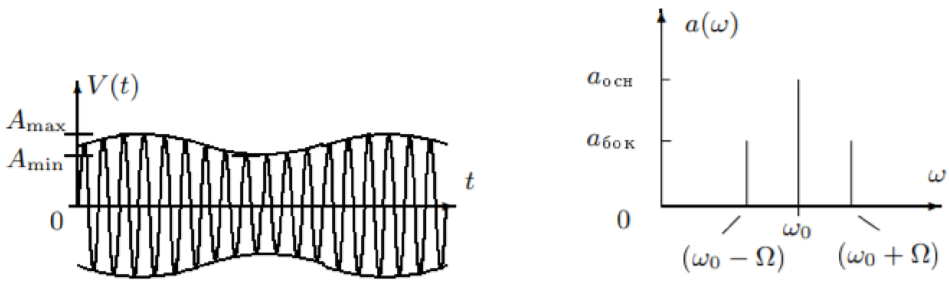

Рисунок 1.3 — Амплитудно-модулированные колебания (слева) и спектр этих колебаний (справа).

Рассмотрим гармонические колебания высокой частоты ω_0, амплитуда которых медленно меняется по гармоническому закону с частотой

$\Omega \ll \omega_0$.

$$f(t) = A_0 \left[1 + m \cos \Omega t\right] \cos \omega_0 t. \tag{1.4}$$

Коэффициент m будем называть глубиной модуляции. При $m < 1$ амплитуда меняется от минимальной $A_{min} = A_0(1 - m)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + m)$. Глубина модуляции может быть представлена в виде

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}. \tag{1.5}$$

Простым тригонометрическим преобразованием можно найти спектр колебаний

$$f(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 m}{2} \cos\left(\omega_0 + \Omega\right) t + \frac{A_0 m}{2} \cos\left(\omega_0 - \Omega\right) t. \tag{1.6}$$

2 Обсуждение результатов

2.1 Исследование спектра периодических последовательностей прямоугольных импульсов

Устанавливаем прямоугольные колебания с $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц (период $T = 1$ мс) и длительностью импульса $\tau = 100$ мкс.

Получаем на экране спектр сигнала и, изменяя либо τ, либо $\nu_{\text{повт}}$, наблюдаем, как изменяется спектр.

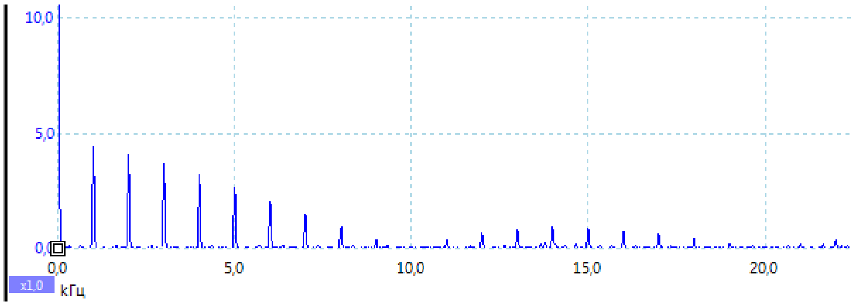

Рисунок 2.1 — Разложение в спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов с параметрами $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц, $\tau = 100$ мкс

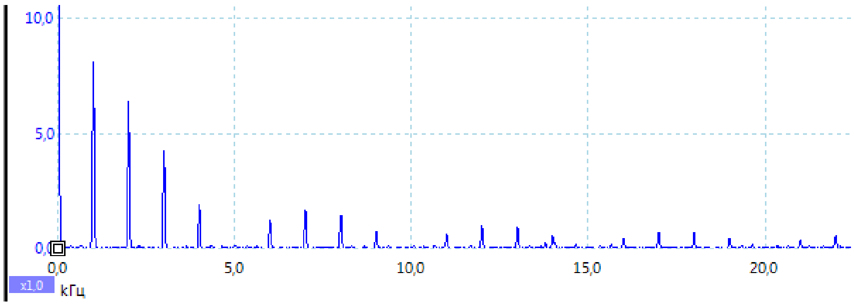

Рисунок 2.2 — Разложение в спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов с параметрами $\nu_{\text{повт}} = 1$ кГц, $\tau = 200$ мкс

Из данных видно, что, при увеличении τ, уменьшается $\Delta\nu$, а при увеличении $\nu_{\text{повт}}$, увеличивается расстояние между пиками.

Измерим зависимость $\Delta\nu$ от τ.

Из графика (рис. 2.4) $\Delta\nu \cdot \tau = 1.004 \pm 0.014$, что подтверждает соотношение неопределенностей.

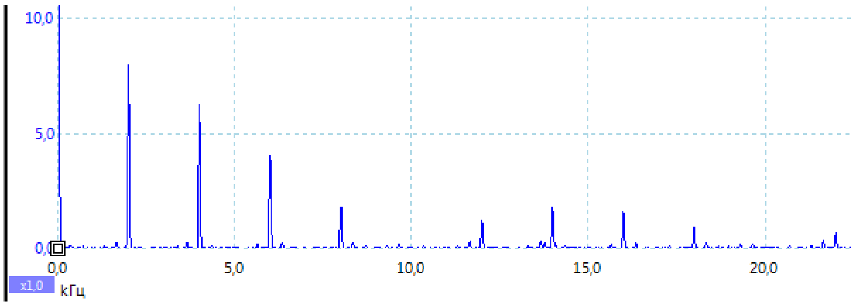

Рисунок 2.3 — Разложение в спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов с параметрами $\nu_{\text{повт}} = 2$ кГц, $\tau = 100$ мкс

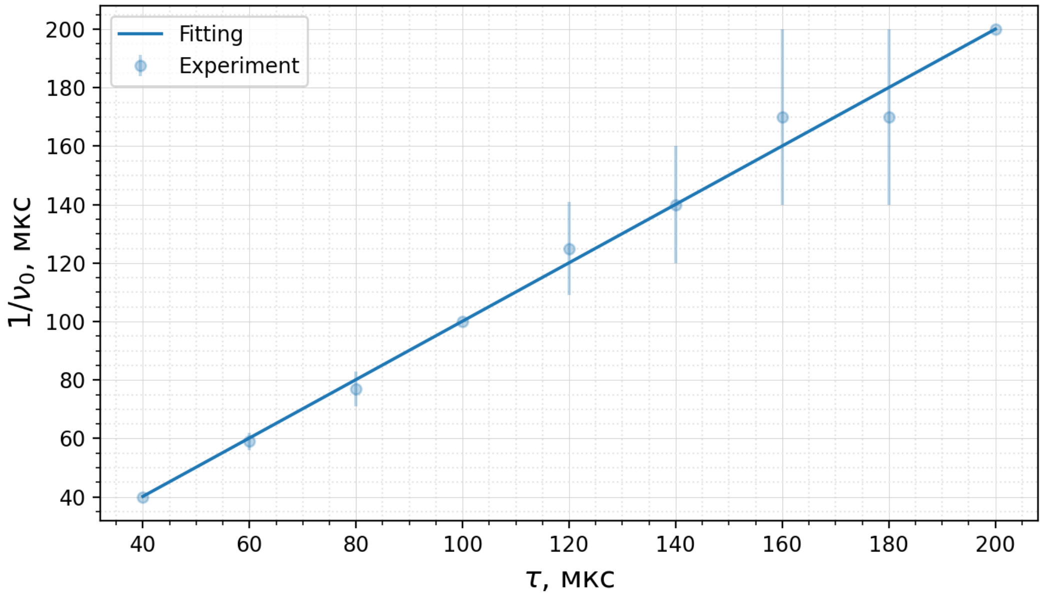

Рисунок 2.4 — Зависимость $1/\Delta\nu_0(\tau)$

2.2 Исследование спектра периодической последовательности цугов

Посмотрим на последовательность цугов с характерными параметрами $\nu_0 = 50$ кГц, частота повторения импульсов $f_{\text{повт}} = 1$ кГц и исследуем спектр этого сигнала для разных длительностей импульса (рис. 2.5 и рис. 2.6).

Из данных видно, что при изменении τ значение $\Delta\omega$ обратнопропорционально меняется.

Рассмотрим поведение спектрограммы при фиксировнном значении τ и меняющемся значении ν_0 (рис. 2.7, рис. 2.8 и рис. 2.9).

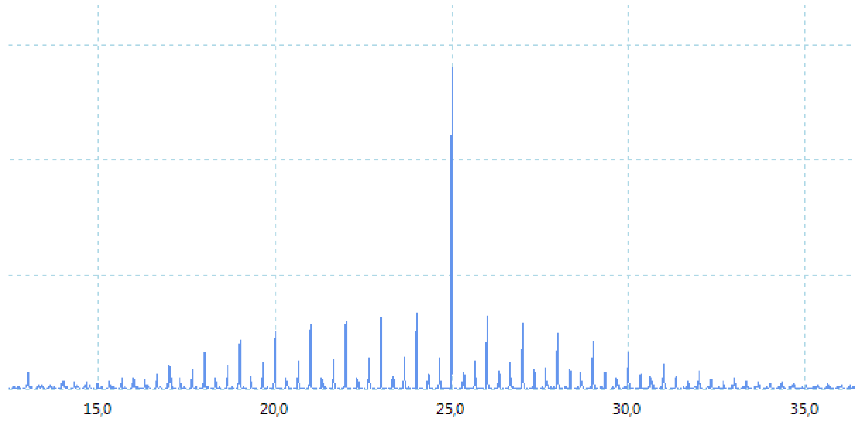

Рисунок 2.5 — Разложение в спектр периодической последовательности цугов, $\tau = 100$ мкс

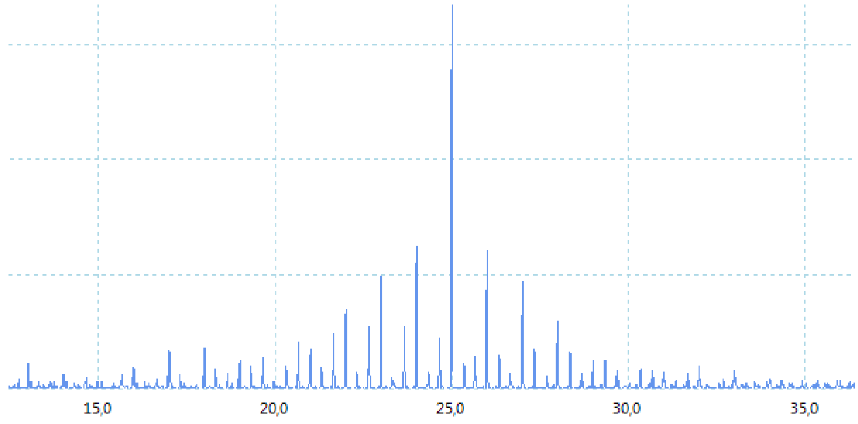

Рисунок 2.6 — Разложение в спектр периодической последовательности цугов, $\tau = 200$ мкс

Из данных видно, что при изменении ν_0 картина смещается без изменения расстояния между спектральными компонентами. Исследуем, как это расстояние меняется при изменении $f_{\text{повт}}$ (таб. **??**).

Погрешность результатов определяется погрешностью генератора – 0.5 Гц.

$$\frac{f_{\text{повт}}}{\nu, \text{кГц}} = 1 \pm 0.1\%,$$

что согласуется с теорией.

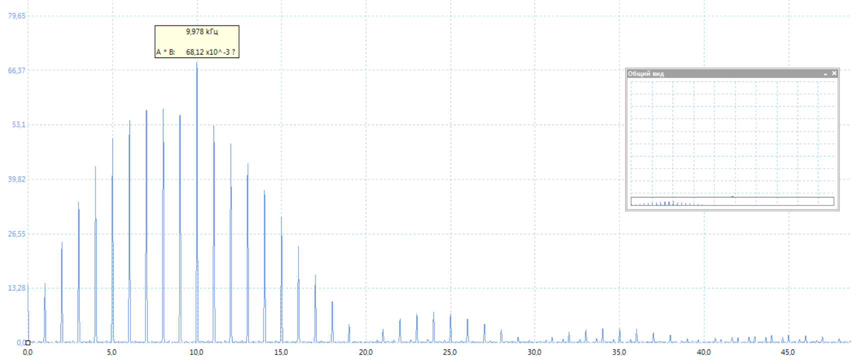

Рисунок 2.7 — Разложение в спектр периодической последовательности цугов, $\nu_0 = 10$ кГц

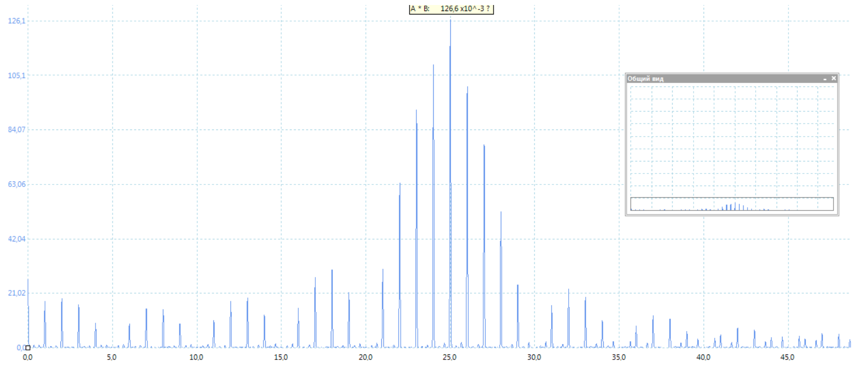

Рисунок 2.8 — Разложение в спектр периодической последовательности цугов, $\nu_0 = 25$ кГц

2.3 Исследование спектра амплитудно модулированного сигнала

Рассмотрим амплитудно промодулированную синусоиду с параметрами $\nu_0 = 25$кГц, $\nu_{\text{мод}} = 1$кГц (рис. 2.10).

Посмотрим зависимость отношения амплитуд $k = A_{\text{бок}}/A_{\text{осн}}$ у боковых и остовной частоты от параметра $m = (A_{max} - A_{min})/(A_{max} + A_{min})$ (рис. 2.12).

Из графика (рис. 2.12)

$$\frac{k}{m} = 0.476 \pm 0.015,$$

что сходится с теоретическим значением 0.5.

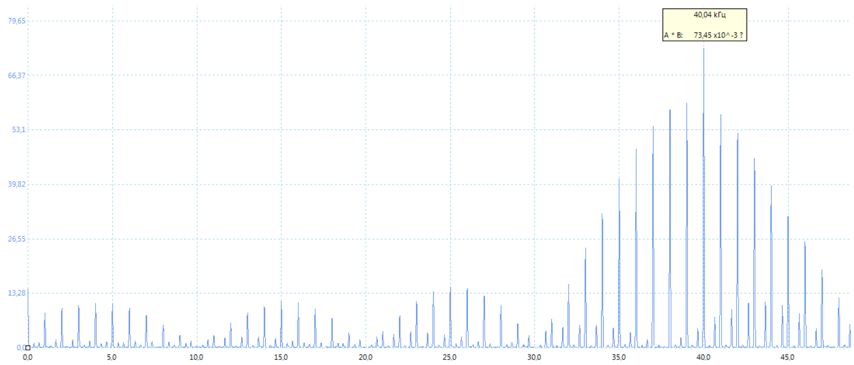

Рисунок 2.9 — Разложение в спектр периодической последовательности цугов, $\nu_0 = 40$ кГц

$f_{\text{повт}}$	ν, кГц
0.5	0.5
1.0	1.0
2.0	2.0
4.0	4.0
5.0	5.0

Таблица 2.1 — Зависимость расстояния между спектральными компонентами от частоты повторения импульсов

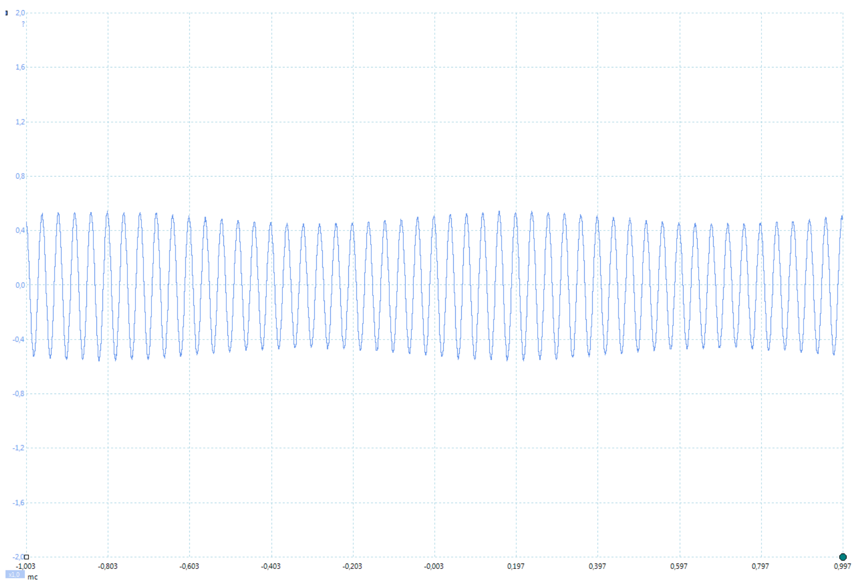

Рисунок 2.10 — $\nu_0 = 40$ кГц

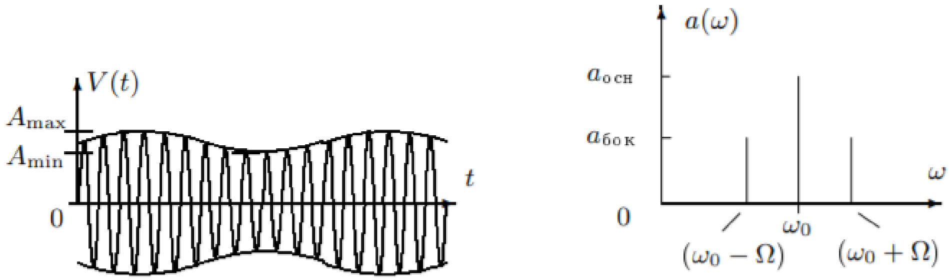

Рисунок 2.11 — Амплитудно промодулированная синусоида (слева) и её спектрограмма (справа)

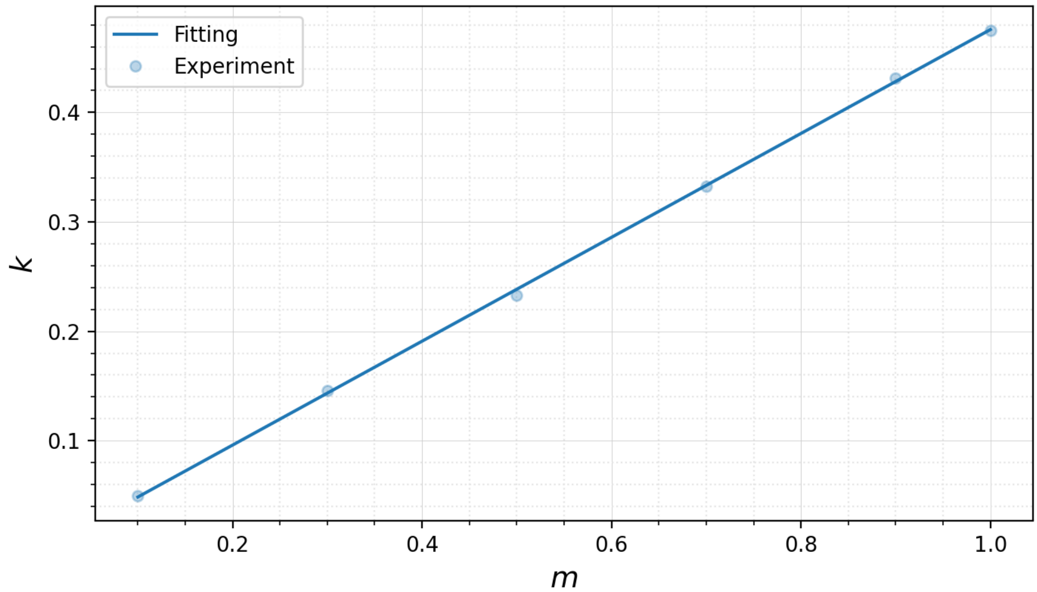

Рисунок 2.12 — График зависимости параметра m от отношения амплитуд k

Заключение

В данной работе мы изучили понятие спектра и спектрального анализа, а также экспериментально исследовали спектральный состав периодических электрических сигналов.

Конкретно были изучены прямоугольные импульсы, цуги гармонических колебаний, а также гармонические сигналы, модулированные по амплитуде. Кроме того, нами был экспериментально проверен частный случай выполнения соотношения неопределённости.